



คู่มือครู

รายวิชาพื้นฐาน

อักษร



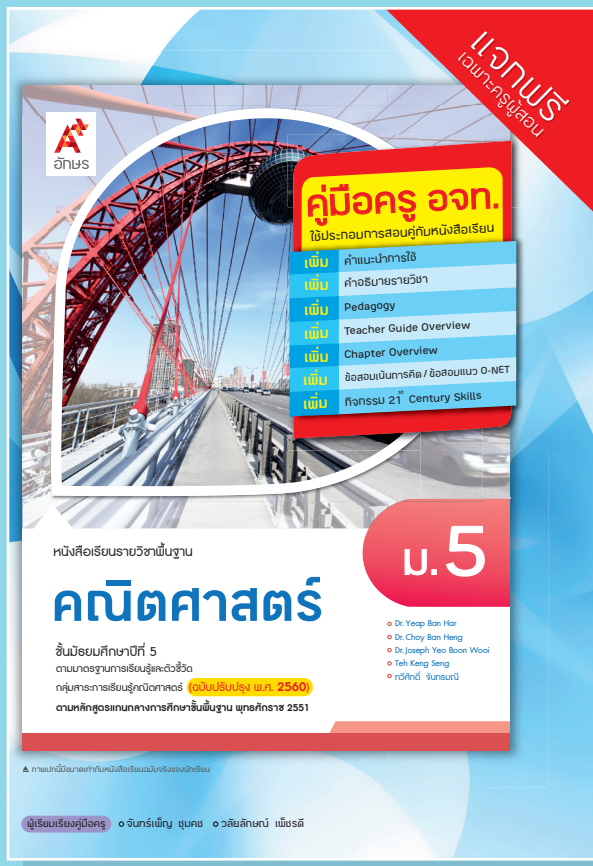
คณิตศาสตร์ ม.5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ตัวอย่าง
หลักสูตรปรับปรุง '60



เพิ่ม

คำแนะนำการใช้ ช่วยสร้างความเข้าใจ เพื่อใช้คู่มือครูได้อย่างถูกต้องและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

คำอธิบายรายวิชา แสดงขอบข่ายเนื้อหาสาระของรายวิชา ซึ่งครอบคลุมมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามที่หลักสูตรกำหนด

Pedagogy ช่วยสร้างความเข้าใจในกระบวนการออกแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Teacher Guide Overview ช่วยให้เห็นภาพรวมของการจัดการเรียนการสอนทั้งหมดของรายวิชา ก่อนที่จะลงมือสอนจริง

Chapter Overview ช่วยสร้างความเข้าใจและเห็นภาพรวมในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละหน่วย

ข้อสอบเน้นการคิด/ข้อสอบแนว O-NET เพื่อเตรียมความพร้อมของผู้เรียนสู่การสอบในระดับต่าง ๆ

ทักษะ 21st Century Skills กิจกรรมที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้และการดำรงชีวิตในโลกแห่งศตวรรษที่ 21

คู่มือครู



คณิตศาสตร์ ม.5

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียงหนังสือเรียน

Dr. Yeap Ban Har
Asst. Prof. Dr. Choy Ban Heng
Dr. Joseph Yeo Boon Woi
Mr. Teh Keng Seng
นายทวีศักดิ์ จันทรมณี

ผู้ตรวจหนังสือเรียน

นางจินดา อยู่เป็นสุข
นายรณชัย มาเจริญทรัพย์
นางสาวบูรนาถ เฉยฉิน

บรรณาธิการหนังสือเรียน

นางสาวจันทร์เพ็ญ ชุมคช

ผู้เรียบเรียงคู่มือครู

นางสาวจันทร์เพ็ญ ชุมคช
นางสาววลัยลักษณ์ เพ็ชรดี

บรรณาธิการคู่มือครู

นางสาวสินี สดากร
นางสาววรรณทัศน์ เลิศอภิสิทธิ์



จัดพิมพ์และจำหน่ายทั่วประเทศโดย
บริษัท อักซอร์กรุ๊ป จำกัด
142 ถนนตะนาว เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร 10200
โทร./แฟกซ์: 0 2622 2999 (อัตโนมัติ 20 คู่สาย)
เว็บไซต์: บริษัท โทรมบิลล่า จำกัด โทร. 0 2903 9101-6

คำแนะนำการใช้

คู่มือครู รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่มนี้ จัดทำขึ้นสำหรับให้ครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางวางแผนการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการประกันคุณภาพผู้เรียนตามนโยบายของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.)

เน้น **คำแนะนำการใช้** ช่วยสร้างความเข้าใจ เพื่อใช้คู่มือครูได้อย่างถูกต้องและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

เน้น **คำอธิบายรายวิชา** แสดงขอบข่ายเนื้อหาสาระของรายวิชา ซึ่งครอบคลุมมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามที่หลักสูตรกำหนด

เน้น **Pedagogy** ช่วยสร้างความเข้าใจในกระบวนการออกแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เน้น **Teacher Guide Overview** ช่วยให้เห็นภาพรวมของการจัดการเรียนการสอนทั้งหมดของรายวิชาก่อนที่จะลงมือสอนจริง

เน้น **Chapter Overview** ช่วยสร้างความเข้าใจและเห็นภาพรวมในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละหน่วย

เน้น **ข้อสอบเน้นการคิด/ข้อสอบแนว O-NET** เพื่อเตรียมความพร้อมของผู้เรียนสู่การสอบในระดับต่าง ๆ

เน้น **กิจกรรม 21st Century Skills** กิจกรรมที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้และการดำรงชีวิตในโลกแห่งศตวรรษที่ 21

หน้า | สอน | สรุป | ประเมิน | **โซน 1**

ขั้นนำ (Concept Based Teaching) การเรียนรู้ขั้นนำ (Prior Knowledge)

- ครูกล่าวทักทายนักเรียนและแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
- ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนดูภาพหน้าหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จากหนังสือเรียน หน้า 2 แล้วร่วมกับสนทนาในชั้นเรียนถึงประโยชน์ของคาร์บอน-14 (C-14) ในการคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า "ธาตุกัมมันตรังสีนอกจากจะใช้คาร์บอน-14 (C-14) ในด้านธรณีวิทยาแล้ว ยังสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้หลายด้าน เช่น การใช้ไอโซโทป-131 (I-131) ในด้านการแพทย์ การใช้โคบอลต์-60 (Co-60) ในด้านการทอเยื่อใย เป็นต้น"

เกร็ดแถมครู
การจัดการเรียนการสอนของหน่วยการเรียนรู้นี้ ครูควรเลือกใช้วิธีการตามต่อนักเรียน และยกตัวอย่างสถานการณ์ใกล้ตัว หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนเป็นกรณีศึกษา จนเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจและนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กิจกรรม เสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์
ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนมีระเบียบวินัย โดยการสร้างข้อตกลงกับนักเรียน เช่น ในการส่งงานบ้าน ให้ส่งตรงตามเวลาที่กำหนด โดยครูอาจจะกำหนดช่วงเวลาในการส่ง หากใครไม่ส่งตามเวลาดังกล่าวอาจถูกตัดคะแนนหรือความสะอาดห้อง การแต่งกายมาโรงเรียนให้ถูกระเบียบ ไม่ส่งเสียงดังขณะทำกิจกรรม เป็นต้น (ครูและนักเรียนควรร่วมกันสร้างข้อตกลงดังกล่าว)

โซน 2 | **โซน 3**

T4

โซน 1 ช่วยครูจัดการเรียนการสอน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ครูผู้สอน โดยแนะนำขั้นตอนการสอน และการจัดกิจกรรมอย่างละเอียด เพื่อให้ให้นักเรียนบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามตัวชี้วัด



โซน 2 ช่วยครูเตรียมสอน

โดยประกอบด้วยองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์สำหรับครู เพื่อนำไปประยุกต์ใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

เกร็ดแถมครู
ความรู้เสริมสำหรับครู ข้อเสนอแนะ ข้อสังเกต แนวทางการจัดกิจกรรมและอื่น ๆ เพื่อประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน

นักเรียนควรรู้
ความรู้เพิ่มเติมจากเนื้อหา สำหรับอธิบายเสริมเพิ่มเติมให้กับนักเรียน

โดยใช้ หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 และแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.5 ของบริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด เป็นสื่อหลัก (Core Materials) ประกอบการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งคู่มือครูเล่มนี้มื่อองค์ประกอบที่ง่ายต่อการใช้งาน ดังนี้

โซน 3 ช่วยครูเตรียมนักเรียน

ประกอบด้วยแนวทางสำหรับการจัดกิจกรรมและเสนอแนะแนวข้อสอบ เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอน

กิจกรรม 21st Century Skills
กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่เรียนรู้มาสร้างชิ้นงาน หรือทำกิจกรรมรวบรวมเพื่อให้เกิดทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21

ข้อสอบเน้นการคิด
ตัวอย่างข้อสอบที่มุ่งเน้นการคิด มีทั้งปรนัย-อัตนัย พร้อมเฉลยอย่างละเอียด

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET
ตัวอย่างข้อสอบที่มุ่งเน้นการคิดวิเคราะห์ และสอดคล้องกับแนวข้อสอบ O-NET มีทั้งปรนัย-อัตนัย พร้อมเฉลยอย่างละเอียด

กิจกรรมเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์
กิจกรรมที่มุ่งเน้นการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม ตามที่หลักสูตรกำหนด

กิจกรรมท้าทาย
เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรม เพื่อต่อยอดสำหรับนักเรียนที่เรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว และต้องการท้าทายความสามารถในระดับที่สูงขึ้น

กิจกรรมสร้างเสริม
เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ควรได้รับการพัฒนาการเรียนรู้

บูรณาการอาเซียน
ความรู้เสริมหรือการเชื่อมโยงในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับประชาคมอาเซียน

สื่อ Digital
แนะนำแหล่งเรียนรู้และแหล่งค้นคว้าจากสื่อ Digital ต่าง ๆ

แนวทางการวัดและประเมินผล
เสนอแนะแนวทางการบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่หลักสูตรกำหนด

เฉลยละเอียด
หนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ม.5 สามารถเข้าไปดาวน์โหลดได้ที่ www.aksorn.com



คำอธิบายรายวิชา

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลาเรียน 80 ชั่วโมง/ปี

ศึกษาเกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กราฟของสมการและอสมการและการนำไปใช้ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได ความหมายของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต ดอกเบี้ยคงต้น ดอกเบี้ยทบต้น มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ โดยการใช้ปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ตัวชี้วัด

- ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
- ค 1.2 ม.5/2 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
- ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้
- ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

รวม 4 ตัวชี้วัด

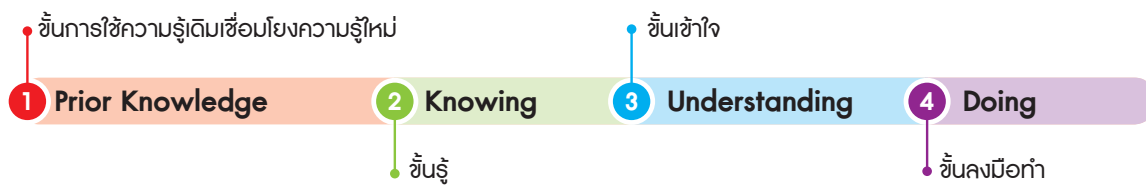


Pedagogy

คู่มือครู รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5

รวมถึงสื่อการเรียนรู้รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้น ม.5 ผู้จัดทำได้ออกแบบการสอน (Instructional Design) อันเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้และเทคนิคการสอนที่เปี่ยมด้วยประสิทธิภาพและมีความหลากหลายให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รวมถึงสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนที่หลักสูตรกำหนดไว้ โดยครูสามารถนำไปใช้สำหรับจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้อย่างเหมาะสมสำหรับ Pedagogy หลักที่นำมาใช้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย

รูปแบบการสอน Concept Based Teaching



เลือกใช้รูปแบบการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : **Concept Based Teaching** เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิต โดยอาศัยหลักการและความคิดรวบยอดต่าง ๆ เพื่อประยุกต์ใช้ ดังนั้น Concept Based Teaching เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำพาผู้เรียน เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ มีทักษะ และเกิดความคิดรวบยอดผลของการจัดการเรียนการสอนในลักษณะนี้ จะทำให้ผู้เรียนได้ความรู้ และมีทักษะในการค้นหาความคิดรวบยอด ซึ่งจะเป็นทักษะสำคัญติดตัวผู้เรียนไปตลอดชีวิต

วิธีสอน (Teaching Method)

เลือกใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย เช่น อุปนัย นิรนัย การสาธิต แบบสาธิต แบบแก้ปัญหา แบบบรรยาย เป็นต้น เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และเกิดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ โดยจะเน้นใช้วิธีสอนแบบอุปนัย (Inductive Method) เนื่องจากเป็นการสอนที่ผู้เรียนจะได้ค้นหาสิ่งที่มีอยู่ร่วมกัน จากตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสนับสนุนกับการจัดการเรียนการสอนแบบ Concept Based Teaching ที่ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการ ซึ่งทำให้ได้ความคิดรวบยอดที่สำคัญ

เทคนิคการสอน (Teaching Technique)

เลือกใช้เทคนิคการสอนที่หลากหลายและเหมาะสมกับเรื่องที่เรียน เช่น การใช้คำถาม การใช้ตัวอย่างกระตุ้นความคิด การใช้แผนภาพ และการใช้สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เป็นต้น เพื่อส่งเสริมวิธีการสอนและรูปแบบการสอนให้มีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความสุข และสามารถฝึกฝนทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ได้



Teacher Guide Overview

คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	ทักษะที่ได้	เวลาที่ใช้	การประเมิน	สื่อที่ใช้
1 เลขยกกำลัง	เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากัน ของจำนวนจริงในรูปปรกณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (มฐ. ค 1.1 ม.5/1)	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะการนำความรู้ไปใช้ - ทักษะการพิสูจน์ความจริง - ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ - ทักษะการให้เหตุผล 	10 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจสอบงานที่ 1.1-1.4 - ตรวจสอบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจสอบฝึกหัด ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจสอบโน้ตสนั้หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน - PowerPoint
2 ฟังก์ชัน	ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน อธิบายสถานการณ์ที่กำหนด (มฐ. ค 1.2 ม.5/1)	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการคิดหลากหลาย - ทักษะการสรุปลงความเห็น - ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา - ทักษะการสังเคราะห์ - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ 	30 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจสอบงานที่ 2.1-2.6 - ตรวจสอบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจสอบฝึกหัด ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจสอบโน้ตสนั้หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน - QR Code

หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	ทักษะที่ได้	เวลาที่ใช้	การประเมิน	สื่อที่ใช้
3 ลำดับและอนุกรม	เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ (มฐ. ค 1.2 ม.5/2)	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการหาแบบแผน - ทักษะการคิดวิเคราะห์ - ทักษะการจำแนกประเภท - ทักษะการนำความรู้ไปใช้ - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ - ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 	30 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจสอบงานที่ 3.1-3.4 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจสอบแบบฝึกหัด ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจสอบผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน - QR Code
4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา (มฐ. ค 1.3 ม.5/1)	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ - ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา - ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 	10 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจสอบงานที่ 4.1-4.2 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจสอบแบบฝึกหัด ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจสอบผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน - PowerPoint



สารบัญ

Chapter Title	Chapter Overview	Teacher Script
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง	T2-T3	T4-T5
1.1 รากที่ n ของจำนวนจริง		T6-T21
1.2 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ		T22-T35
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1		T36-T39
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 พังก์ชัน	T40-T45	T46-T47
2.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน		T48-T80
2.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น		T81-T89
2.3 ฟังก์ชันกำลังสอง		T90-T115
2.4 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล		T116-T122
2.5 ฟังก์ชันขั้นบันได		T123-T126
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 2		T127-T133
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม	T134-T135	T136-T137
3.1 ลำดับ		T138-T161
3.2 อนุกรม		T163-T174
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 3		T175-T177

Chapter Title	Chapter Overview	Teacher Script
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	T178-T179	T180-T181
4.1 ดอกเบี้ย		T182-T186
4.2 มูลค่าของเงิน		T187-T190
4.3 ค่ารายงวด		T191-T193
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 4		T194-T195

Math in Real Life

T196-T197

อภิธานศัพท์

T198-T199

บรรณานุกรม

T200





Chapter Overview

แผนการจัดการเรียนรู้	สื่อที่ใช้	จุดประสงค์	วิธีสอน	ประเมิน	ทักษะที่ได้	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
แผนฯ ที่ 1 รากที่ n ของจำนวนจริง 2 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงานที่ 1.1 เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง 	<ol style="list-style-type: none"> 1. เข้าใจความหมายของ รากที่ n ของจำนวนจริง และค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 2. บอกสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 3. หารากที่ n ของจำนวนจริง และค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 4. เขียนจำนวนจริงให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (P) 5. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริงในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P) 6. รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A) 	Concept Based Teaching	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจใบงานที่ 1.1 เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.1 - ตรวจ Exercise 1.1 - สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะการพิสูจน์ความจริง - ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน
แผนฯ ที่ 2 การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ 2 ชั่วโมง	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงานที่ 1.2 เรื่อง การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. บอกสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 2. หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ (K) 3. สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้ (P) 4. รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A) 	แบบนิรนัย (Deduction)	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจใบงานที่ 1.2 เรื่อง การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.1 - ตรวจ Exercise 1.1 - สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการนำความรู้ไปใช้ - ทักษะการเชื่อมโยง 	<ol style="list-style-type: none"> 1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

แผนการจัดการเรียนรู้	สื่อที่ใช้	จุดประสงค์	วิธีสอน	ประเมิน	ทักษะที่ได้	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
<p>แผนฯ ที่ 3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ</p> <p>6 ชั่วโมง</p>	<ul style="list-style-type: none"> - หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงานที่ 1.3 เรื่อง การหาค่าของ เลขยกกำลัง - ใบงานที่ 1.4 เรื่อง การแก้สมการ เลขยกกำลัง 	<ol style="list-style-type: none"> 1. บอกสมบัติของ เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะและนำไปใช้ได้ (K) 2. นำความรู้เรื่องสมบัติ ของเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะไปใช้ ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ (K) 3. เขียนจำนวนที่อยู่ในรูป เลขยกกำลังให้อยู่ในรูป กรณฑ์ และเขียน จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ได้ (P) 4. มีทักษะในการใช้สมบัติ ของเลขยกกำลังในการ ประยุกต์ใช้ได้ (P) 5. สามารถใช้ความรู้ เกี่ยวกับเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะในการ สื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และ การนำเสนอได้ (P) 6. รับผิดชอบต่อหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (A) 	Concept Based Teaching	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจใบงานที่ 1.3 เรื่อง การหาค่าของ เลขยกกำลัง - ตรวจใบงานที่ 1.4 เรื่อง การแก้สมการ เลขยกกำลัง - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจ Exercise 1.2 - ตรวจแบบฝึกทักษะ ประจำหน่วยการเรียนรู้ ที่ 1 - ตรวจผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง - ประเมินการนำเสนอ Class Discussion - สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - ทักษะการ เชื่อมโยง - ทักษะการนำ ความรู้ไปใช้ - ทักษะการให้ เหตุผล 	<ol style="list-style-type: none"> 1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน

ขั้นนำ (Concept Based Teaching)
การใช้ความรู้เดิมฯ (Prior Knowledge)

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนและแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนดูภาพหน้าหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จากหนังสือเรียน หน้า 2 แล้วร่วมกันสนทนาในชั้นเรียนถึงประโยชน์ของคาร์บอน-14 (C-14) ในการคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ธาตุกัมมันตรังสีนอกจากจะใช้คาร์บอน-14 (C-14) ในด้านธรณีวิทยาแล้ว ยังสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้หลายด้าน เช่น การใช้ไอโอดีน-131 (I-131) ในด้านการแพทย์ การใช้โคบอลต์-60 (Co-60) ในด้านการถนอมอาหาร เป็นต้น”



หนังสือเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
เนื้อหาเรื่อง การเปลี่ยนแปลงของสสาร

เกร็ดแค้นครู

การเรียนการสอนของหน่วยการเรียนรู้นี้ ครูควรเลือกใช้วิธีการถามตอบนักเรียน และยกตัวอย่างสถานการณ์ใกล้ตัว หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนเป็นกรณีศึกษา จนเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจและนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กิจกรรม เสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนมีระเบียบวินัย โดยการสร้างข้อตกลงกับนักเรียน เช่น ในการส่งการบ้าน ให้ส่งตรงตามเวลาที่กำหนด โดยครูอาจจะกำหนดช่วงเวลาในการส่ง หากใครไม่ส่งตามเวลาดังกล่าวอาจถูกตัดคะแนนหรือต้องทำความสะอาดห้อง การแต่งกายมาโรงเรียนให้ถูกระเบียบ ไม่ส่งเสียงดังขณะที่ครูกำลังสอน เป็นต้น (ครูและนักเรียนควรร่วมกันสร้างข้อตกลงดังกล่าว)



หน่วยการเรียนรู้ที่ **1**

เลขยกกำลัง

คาร์บอน-14 (C-14) เป็นธาตุกัมมันตรังสีที่พบได้ในวัตถุต่าง ๆ เกือบทุกชนิดบนโลก ซึ่งมีประโยชน์ทางด้านธรณีวิทยา สามารถนำมาคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ และอายุซากฟอสซิลต่าง ๆ ได้ โดยการใช้ค่าครึ่งชีวิตซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$N_{\text{เหลือ}} = \frac{N_{\text{เริ่มต้น}}}{2^{\frac{T}{t_{1/2}}}}$$

เมื่อ $N_{\text{เหลือ}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีที่เหลือ
 $N_{\text{เริ่มต้น}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีเริ่มต้น
 T = เวลาที่ใช้ในการสลายตัว
 $t_{1/2}$ = ครึ่งชีวิต

ตัวชี้วัด

- เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (ต 1.1 ม.5/1)

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

- รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

Recall

หนังสือเรียนฉบับนี้สามารถดูเนื้อหาเพิ่มเติมได้จาก QR Code นี้

ขั้นนำ

การใช้ความรู้เดิม (Prior Knowledge)

3. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างการใช้เลขยกกำลังที่พบเห็นในชีวิตจริง

(แนวตอบ) นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น การเพิ่มจำนวนของแบคทีเรีย เป็นต้น

หมายเหตุ ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียน โดยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียน หน้า 3

กิจกรรม 21st Century Skills

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-5 คน ร่วมกันสืบค้นจากอินเทอร์เน็ตในหัวข้อ “เลขยกกำลังที่พบเห็นในชีวิตจริง” มา กลุ่มละ 1 เรื่อง จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยใช้โปรแกรม Microsoft PowerPoint

นักเรียนควรรู้

- 1 ธาตุกัมมันตรังสี (Radioactive Element)** หมายถึง ธาตุที่แผ่รังสีได้เนื่องจากนิวเคลียสของอะตอมไม่เสถียร เป็นธาตุที่มีเลขอะตอมสูงกว่า 82
- 2 ค่าครึ่งชีวิต (Half Life)** หมายถึง ระยะเวลาที่สารสลายตัวไปจนเหลือเพียงครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิม ใช้สัญลักษณ์เป็น $t_{1/2}$ นิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีที่ไม่เสถียรจะสลายตัวและแผ่รังสีได้เองตลอดเวลาโดยไม่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิหรือความดัน อัตราการสลายตัวเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนอนุภาคในธาตุกัมมันตรังสีนั้น ค่าครึ่งชีวิตเป็นสมบัติเฉพาะตัวของแต่ละไอโซโทป

สื่อ Digital

ครูอาจให้นักเรียนดูสื่อการเรียนรู้ผ่านทาง www.youtube.com โดยใช้คำสืบค้น ดังนี้

- เลขยกกำลัง
- Exponent Number



ข้อสอบ

รู้ (Knowing)

- ครูทบทวนเรื่องรากที่ 2 และรากที่ 3 แล้วตั้งคำถาม ดังนี้
 - หาค่ารากที่ 2 ของ 16
(แนวตอบ รากที่สองของ 16 คือ -4 และ 4 เพราะ $(-4)^2 = 16$ และ $4^2 = 16$)
 - หาค่ารากที่ 3 ของ 8
(แนวตอบ รากที่สามของ 8 คือ 2 เพราะ $2^3 = 8$)
 - หาค่ารากที่ 3 ของ 5
(แนวตอบ รากที่สามของ 5 คือ $\sqrt[3]{5}$ เพราะ $(\sqrt[3]{5})^3 = 5$)
- ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีทั่วไป นักเรียนสามารถหาค่ารากที่ n ของจำนวนจริงได้เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 โดยให้แต่ละคนศึกษาและตอบคำถามจากกิจกรรม Investigation
- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความรู้ที่ได้รับจากกิจกรรม Investigation

เฉลย กิจSSU Investigation

- $6^2 = 36$ ดังนั้น 6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $(-6)^2 = 36$ ดังนั้น -6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $3^3 = 27$ ดังนั้น 3 เป็นรากที่ 3 ของ 27
- $(-3)^3 = -27$ ดังนั้น -3 เป็นรากที่ 3 ของ -27
- $3^4 = 81$ ดังนั้น 3 เป็นรากที่ 4 ของ 81
- $(-3)^4 = 81$ ดังนั้น -3 เป็นรากที่ 4 ของ 81
- $2^5 = 32$ ดังนั้น 2 เป็นรากที่ 5 ของ 32
- $2^6 = 64$ ดังนั้น 2 เป็นรากที่ 6 ของ 64
- $(-2)^6 = 64$ ดังนั้น -2 เป็นรากที่ 6 ของ 64
- $1^7 = 1$ ดังนั้น 1 เป็นรากที่ 7 ของ 1

1.1 | รากที่ n ของจำนวนจริง (nth Root of Real Number)

ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนทราบมาแล้วว่า การหารากที่สองของศูนย์และจำนวนจริงบวกใด ๆ คือ การหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงนั้น

ในทำนองเดียวกัน การหารากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ คือ การหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้จำนวนจริงนั้น เช่น การหารากที่สามของ 27 ทำได้โดยการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ 27 ซึ่งจำนวนนั้น คือ 3 จึงได้ว่า 3 เป็นรากที่สามของ 27 ในระดับชั้นนี้นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับรากที่ n ในระบบจำนวนจริง

1. รากที่ n ของจำนวนจริง (nth Root of Real Number)

สืบเสาะ Investigation

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- $6^2 = 36$ ดังนั้น 6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $(-6)^2 = \dots$
- $3^3 = \dots$
- $(-3)^3 = \dots$
- $3^4 = \dots$
- $(-3)^4 = \dots$
- $2^5 = \dots$
- $2^6 = \dots$
- $(-2)^6 = \dots$
- $1^7 = \dots$

จาก Investigation จะเห็นว่า จำนวนจริงใด ๆ เขียนในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบางจำนวนสามารถจัดได้ทั้งฐานที่เป็นจำนวนบวกและฐานที่เป็นจำนวนลบ เช่น $81 = 3^4$ หรือ $81 = (-3)^4$ ซึ่งจะเรียก 3 และ -3 ว่า เป็นรากที่ 4 ของ 81 แต่บางจำนวนจัดได้เฉพาะฐานที่เป็นจำนวนบวกหรือฐานที่เป็นจำนวนลบอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น เช่น $27 = 3^3$ เรียก 3 ว่า เป็นรากที่ 3 ของ 27 หรือ $-27 = (-3)^3$ ซึ่งจะเรียก -3 ว่า เป็นรากที่ 3 ของ -27

หนังสือเรียนนี้เป็นของโรงเรียนสงขลาวิทยาสรรค์
สงขลาวิทยาสรรค์สงขลา



เกร็ดแค้นครู

การเรียนการสอนในหัวข้อนี้ ครูควรทบทวนความรู้เรื่องรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ดังนี้

ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a เขียนแทนสัญลักษณ์ \sqrt{a} และ $-\sqrt{a}$
- รากที่สามของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ a เขียนแทนสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

ข้อสอบเน้นการคิด

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- รากที่ 2 ของ 49 คือ 7
- รากที่ 3 ของ -8 คือ -2
- รากที่ 4 ของ -16 คือ -2
- รากที่ 5 ของ 0.00032 คือ 0.02

(เฉลยคำตอบ

- ผิด เพราะรากที่ 2 ของ 49 คือ -7 และ 7
- ถูก เพราะ $(-2)^3 = -8$
- ผิด เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสี่แล้วได้ -16
- ผิด เพราะรากที่ 5 ของ 0.00032 คือ 0.2 ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)



ในกรณีทั่วไป การหาค่ารากอันดับที่ต่าง ๆ ของจำนวนจริงใด ๆ ได้มีการกำหนดทนิยามไว้ดังนี้

บทนิยาม กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$

ตัวอย่างที่ 1

ให้หาค่าของ

- 1) รากที่ 5 ของ -32
- 2) รากที่ 6 ของ 64

วิธีทำ 1) เนื่องจาก $-32 = (-2)^5$
ดังนั้น รากที่ 5 ของ -32 คือ -2

2) เนื่องจาก $64 = 2^6$ และ $64 = (-2)^6$
ดังนั้น รากที่ 6 ของ 64 คือ 2 และ -2

ลองทำดู

ให้หาค่าของ

- 1) รากที่ 5 ของ 243
- 2) รากที่ 6 ของ 729

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.1
ข้อ 1(1)-(2)

2. ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง (Principle n^{th} Root of Real Number)

พิจารณาเลขยกกำลังที่กำหนด

- $(-4)^3 = -64$ รากที่สามของ -64 มีเพียงหนึ่งค่า คือ -4
เรียก -4 ว่าเป็นค่าหลักของรากที่สามของ -64
- $(-2)^4 = 16$ และ $2^4 = 16$ รากที่สี่ของ 16 มีสองค่า คือ -2 กับ 2
เรียก 2 ว่าเป็นค่าหลักของรากที่สี่ของ 16
- $(-1)^5 = -1$ รากที่ห้าของ -1 มีเพียงหนึ่งค่า คือ -1
เรียก -1 ว่าเป็นค่าหลักของรากที่ห้าของ -1

เลขยกกำลัง

บทนิยาม 1.1
รากที่ n ของจำนวนจริง x

ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

4. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีทั่วไปการหาค่ารากอันดับที่ต่าง ๆ ของจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาได้จากบทนิยาม ดังนี้
“กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$ ”

เข้าใจ (Understanding)

1. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนหน้า 5 จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 ซ้ำอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
2. ครูให้นักเรียนทำลองทำดูของตัวอย่างที่ 1 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาเขียนวิธีคิดบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

กิจกรรม สร้างเสริม

ให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แล้วช่วยกันหาค่าของ y เมื่อกำหนด $3^y = 243$ โดยใช้บทนิยามของรากที่ n ของจำนวนจริง
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีคิดหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

กิจกรรม ท้าทาย

ให้นักเรียนหาค่าของ $m + n$ เมื่อกำหนด $5^m = 3,125$ และ $3^n = 729$ โดยใช้บทนิยามของรากที่ n ของจำนวนจริง จากนั้นเขียนแสดงขั้นตอนวิธีทำลงกระดาษ A4 แล้วนำเสนอให้ครูตรวจ



เกร็ดแะครู

ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริงว่า รากที่ n ของ x เมื่อพิจารณา n เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ดังนี้

กรณี n เป็นจำนวนคู่

1. ถ้า $x > 0$ แล้ว รากที่ n ของ x จะมีคำตอบ 2 ค่า คือ จำนวนจริงบวก และจำนวนจริงลบ
2. ถ้า $x < 0$ แล้ว ไม่สามารถหารากที่ n ของ x ได้ในระบบจำนวนจริง

กรณี n เป็นจำนวนคี่

1. ถ้า $x > 0$ แล้ว รากที่ n ของ x จะมีคำตอบเพียงค่าเดียว คือ จำนวนจริงบวก
2. ถ้า $x < 0$ แล้ว รากที่ n ของ x จะมีคำตอบเพียงค่าเดียว คือ จำนวนจริงลบ



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูเขียนโจทย์บนกระดาน แล้วตั้งคำถาม ดังนี้
 - รากที่ 3 ของ -64 คือ -4
 - รากที่ 4 ของ 16 คือ -2 และ 2
 - รากที่ 5 ของ -1 คือ -1
 - ข้อใดบ้างที่มีรากเป็นอันดับคู่ และคำตอบในแต่ละข้อมีกี่ค่า
(แนวตอบ ข้อ 2) มีรากที่ 4 เป็นรากอันดับคู่ และมีคำตอบ 2 ค่า คือ -2 และ 2)
 - ข้อใดบ้างที่มีรากเป็นอันดับคี่ และคำตอบในแต่ละข้อมีกี่ค่า
(แนวตอบ ข้อ 1) และข้อ 3) มีรากที่ 3 และรากที่ 5 เป็นรากอันดับคี่ และมีคำตอบเพียงค่าเดียว คือ -4 และ -1 ตามลำดับ)
- จากนั้นครูสรุปว่า รากอันดับคู่ที่มีคำตอบสองค่าจะมีค่าหลักเพียงค่าเดียวเท่านั้น คือค่าที่เป็นบวก นั่นคือ ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16 คือ 2 และรากอันดับคี่ที่มีคำตอบเพียงค่าเดียว ซึ่งคำตอบที่ได้จะเป็นค่าหลักของราก นั่นคือ ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -64 คือ -4 และค่าหลักของรากที่ 5 ของ -1 คือ -1
- ครูให้นักเรียนเขียนบทนิยามค่าหลักของรากที่ n ลงในสมุด จากหนังสือเรียน หน้า 6 แล้วยกตัวอย่างบนกระดาน เพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยามดังกล่าว
- ครูอธิบายเรื่องสัญลักษณ์ของเครื่องหมายที่ใช้แสดงอันดับรากของจำนวนจริงจาก

ATTENTION

นักเรียนจะเห็นว่า ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงใด ๆ มีเพียงหนึ่งค่าเท่านั้น ซึ่งอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม

ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n กล่าวคือ จำนวนจริง y เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x ที่เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ ก็ต่อเมื่อ

1) y เป็นรากที่ n ของ x

2) $xy \geq 0$

สำหรับ $\sqrt[n]{x}$ อ่านว่า กรณฑ์ที่ n ของ x หรือ ค่าหลักของรากที่ n ของ x

จากบทนิยามอาจกล่าวได้ว่า ผลคูณของค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงใด ๆ กับจำนวนจริงนั้นต้องเป็นจำนวนที่ไม่น้อยกว่า 0

เช่น ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -8 คือ $\sqrt[3]{-8}$ หรือ -2

เพราะว่า $(-8) \times (-2) > 0$

ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 81 คือ $\sqrt[4]{81}$ หรือ 3

เพราะว่า $81 \times 3 > 0$

ค่าหลักของรากที่ 5 ของ -15 คือ $\sqrt[5]{-15}$

เพราะว่า $-15 \times \sqrt[5]{-15} > 0$

ในกรณีทั่วไปมีข้อสรุปเกี่ยวกับค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง x หรือ $\sqrt[n]{x}$ ดังนี้

1. ถ้า $x = 0$ แล้ว $\sqrt[n]{x} = 0$

2. ถ้า $x > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริงบวก

3. ถ้า $x < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่ แล้ว $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริงลบ

ATTENTION

1. ถ้า $n = 2$ จะเขียนแทน $\sqrt[2]{x}$ ด้วย \sqrt{x}

2. สัญลักษณ์ $\sqrt[n]{\quad}$ เรียกว่า เครื่องหมายกรณฑ์ และเรียก n ว่า อันดับที่ หรือดัชนี (Index) ของกรณฑ์



หนังสือเรียนฉบับนี้ได้รับการตรวจสอบโดยครูผู้ชำนาญการ



สื่อ Digital

ครูอาจให้นักเรียนดูสื่อการเรียนรู้ผ่านทาง www.youtube.com โดยใช้คำสืบค้น ดังนี้

- ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง
- Principle n^{th} Root of Real Number

ข้อสอบเน้นการคิด

ค่าของ $\sqrt{81} + \sqrt[3]{0} - \sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

$$\begin{aligned} \text{(เฉลยคำตอบ)} \quad \sqrt{81} + \sqrt[3]{0} - \sqrt[3]{-\frac{27}{64}} &= \sqrt{9^2} + \sqrt[3]{0^3} - \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{4}\right)^3} \\ &= 9 + 0 - \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= 9\frac{3}{4} \end{aligned}$$



ขั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนจับคู่ทำลองทำดูของตัวอย่างที่ 3 จากนั้นให้ตรวจสอบคำตอบกับคู่ของตนเอง โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมโดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้
 - ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเอง ก่อนจากกิจกรรม Journal Writing ในหนังสือเรียน หน้า 8
 - ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนเพื่อแลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามซึ่งกันและกัน จนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
 - ครูสุ่มถามนักเรียน แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบ ดังนี้
 - จากกิจกรรม Journal Writing วิธีการหาคำตอบของตะวันมีการแบ่งช่วงอย่างไร **(แนวตอบ แบ่งช่วงจำนวนที่พิจารณาออกเป็น 2 ช่วง)**
 - นักเรียนคิดว่าวิธีใดที่ให้คำตอบที่เร็วกว่ากัน เพราะเหตุใด **(แนวตอบ วิธีจากตัวอย่างที่ 3 จะให้คำตอบที่เร็วกว่า เพราะมีการแบ่งช่วงที่พิจารณา มากกว่า 2 ช่วง)**
- ครูให้นักเรียนตรวจสอบของค่าประมาณ $\sqrt[3]{63}$ โดยใช้เครื่องคิดเลขจาก IT CORNER

ลองทำดู

ให้หาค่าประมาณของ $\sqrt[3]{8.1}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 2



Journal Writing

ตะวันแสดงวิธีหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 3 ดังนี้
 เนื่องจาก $\sqrt[3]{27} = 3$ และ $\sqrt[3]{64} = 4$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3+4}{2}\right)^3 = (3.5)^3 = 42.875$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.5 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.5+4}{2}\right)^3 = (3.75)^3 \approx 52.734$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.75 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.75+4}{2}\right)^3 = (3.875)^3 \approx 58.186$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.875 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.875+4}{2}\right)^3 = (3.9375)^3 \approx 61.047$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.9375 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.9375+4}{2}\right)^3 = (3.96875)^3 \approx 62.512$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.96875 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.96875+4}{2}\right)^3 = (3.984375)^3 \approx 63.253$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.984375 แต่ไม่ถึง 4
 เนื่องจาก $\left(\frac{3.96875+3.984375}{2}\right)^3 = (3.9765625)^3 \approx 62.88$
 ดังนั้น $3.9765625 \approx 3.98$ เป็นค่าประมาณของ $\sqrt[3]{63}$
 นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการหาคำตอบของตะวันหรือไม่ เพราะเหตุใด

IT CORNER

นักเรียนสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ตรวจสอบค่าประมาณ $\sqrt[3]{63}$ โดยกดปุ่ม

$\sqrt[3]{\square}$ 63 =



เคล็ดลับ กิจกสนู Journal Writing

เห็นด้วย เพราะเป็นการหาค่าประมาณที่มีการแบ่งช่วงจำนวนที่พิจารณาออกเป็น 2 ช่วง แต่อาจจะได้ผลลัพธ์ที่ช้ากว่าวิธีของตัวอย่างที่ 3



เกร็ดแะครู

ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการตรวจสอบค่าประมาณว่า นอกจากจะใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจสอบค่าประมาณแล้ว นักเรียนยังสามารถใช้โปรแกรมอื่นๆ ในการคำนวณ เช่น Microsoft Excel โปรแกรมคำนวณออนไลน์ Wolfram

ข้อสอบเน้นการคิด

ค่าประมาณของ $\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{98} + 4\sqrt[3]{48}$ มีค่าเท่ากับข้อใด เมื่อกำหนด $\sqrt[3]{2} \approx 1.1414$, $\sqrt[3]{3} \approx 1.732$ และ $\sqrt[3]{2} \approx 1.260$

- 1.638
- 1.789
- 1.798
- 1.889

(เฉลยคำตอบ

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{98} + 4\sqrt[3]{48} &= 3\sqrt[3]{2} - 3(7\sqrt[3]{2}) + 4(4\sqrt[3]{3}) \\ &= 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} + 16\sqrt[3]{3} \\ &\approx 3(1.260) - 21(1.414) + 16(1.732) \\ &\approx 1.798 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)



Investigation

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- ให้พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ
 - $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$
 - $\sqrt{16 - 9} = \sqrt{16} - \sqrt{9}$
 - $\sqrt{16 \times 9} = \sqrt{16} \times \sqrt{9}$
 - $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}$
- จากข้อ 1. ให้นักเรียนพิสูจน์ข้อความที่เป็นจริงสำหรับกรณีจำนวนจริงใด ๆ
- ให้หาค่าของ $\sqrt{a} \times \sqrt{a}$

จาก Investigation นักเรียนสามารถสรุปเป็นสมบัติได้ ดังนี้

สมบัติ

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
กรณีที่ $a = b$ จะได้ว่า $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$
หรือ $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

ATTENTION

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 $\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$
เมื่อ a และ $b > 0$



จากสมบัติข้างต้น สามารถนำมาเขียนเป็นสมบัติของรากที่ n ในกรณีทั่วไปได้ ดังนี้

สมบัติ

สมบัติของรากที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$ เมื่อ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริง
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ a & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

เลขยกกำลัง

บทเรียนเรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลัง
สามารถดูได้ที่บทเรียนเรื่องเลขยกกำลัง

ขั้นสอบ

รู้ (Knowing)

- ครูให้นักเรียนศึกษากิจกรรม Investigation จากหนังสือเรียน หน้า 9 แล้วตอบคำถามจากกิจกรรม
- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายตอบคำถามจากกิจกรรม Investigation จนสามารถสรุปเป็นสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงใดๆ ในหนังสือเรียน หน้า 9
- ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริง จาก ATTENTION ดังนี้
 $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 $\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ เมื่อ a และ $b > 0$
เช่น $\sqrt{4 + 5} \neq \sqrt{4} + \sqrt{5}$
- ครูตั้งคำถามว่า นักเรียนสามารถยกตัวอย่างในกรณีที่ $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ได้หรือไม่
(แนวตอบ ได้ เช่น ให้ $a = 1$ และ $b = 0$ จะได้ $\sqrt{1 + 0} = \sqrt{1} + \sqrt{0}$ เป็นต้น)

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET

ถ้า $a = -1$ และ $b = 2$ แล้ว $\sqrt[3]{a^3b^3} \sqrt[3]{a^2b^6}$ มีค่าเท่าใด

- 2
- 2
- 4
- 4
- 5

(เฉลยคำตอบ $\sqrt[3]{a^3b^3} \sqrt[3]{a^2b^6} = \sqrt[3]{a^3b^3 \cdot a^2b^6}$
 $= \sqrt[3]{a^5b^9}$
 $= \sqrt[3]{(ab)^3}$
 $= |ab|$
 $= |(-1)(2)|$
 $= |-2|$
 $= 2$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)

เฉลย กิจกรรม Investigation

- 1) ไม่เท่ากัน เพราะ $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ และ $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$
ดังนั้น $\sqrt{16 + 9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$
- 2) ไม่เท่ากัน เพราะ $\sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$ และ $\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$
ดังนั้น $\sqrt{16 - 9} \neq \sqrt{16} - \sqrt{9}$
- 3) เท่ากัน เพราะ $\sqrt{16 \times 9} = \sqrt{144} = 12$
และ $\sqrt{16} \times \sqrt{9} = 4 \times 3 = 12$
ดังนั้น $\sqrt{16 \times 9} = \sqrt{16} \times \sqrt{9}$
- 4) เท่ากัน เพราะ $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ และ $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$
ดังนั้น $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}$
2. กรณีการคูณและการหาร
- $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = |a|$

